

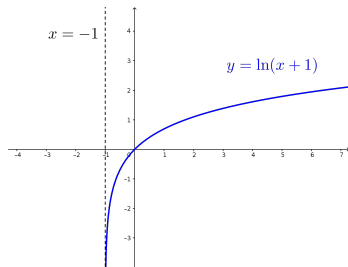
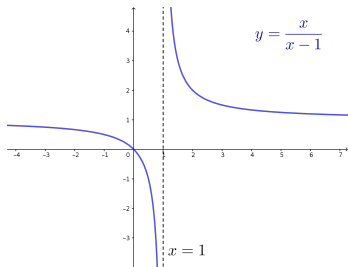
Límites y continuidad (4)

Jesús García de Jalón de la Fuente

IES Ramiro de Maeztu
Madrid

2020

Asíntotas verticales

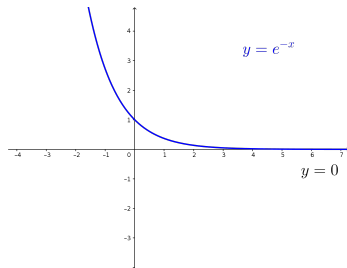
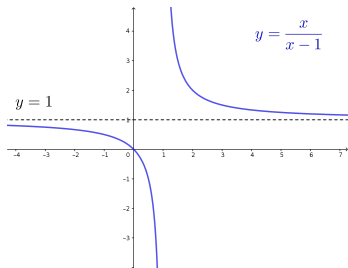


Definición

La recta $x = x_0$ es asíntota vertical de la curva $y = f(x)$ si

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \infty$$

Asíntotas horizontales

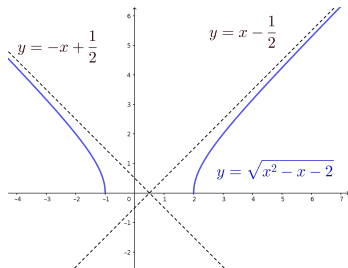
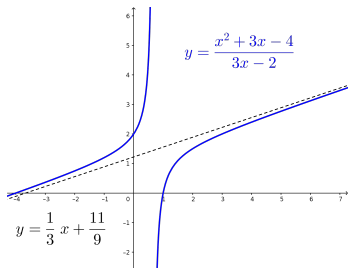


Definición

La recta $y = y_0$ es asíntota horizontal de la curva $y = f(x)$ si

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = y_0$$

Asíntotas oblicuas



Definición

La recta $y = mx + b$ es asíntota oblicua de la curva $y = f(x)$ si

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - (mx + b)) = 0$$

Sea $y = mx + b$ una asíntota oblicua de la curva $y = f(x)$:

$$m = \frac{y - b}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) - b}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x}$$

$$b = y - mx = \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - mx)$$

Definición

La recta $y = mx + b$ es asíntota oblicua de la curva $y = f(x)$ si

$$m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} \quad \text{y} \quad b = \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - mx)$$

Sea la curva:

$$y = \frac{3x - 2}{x + 5}$$

La recta $x = -5$ es asíntota vertical porque:

$$\lim_{x \rightarrow -5} \frac{3x - 2}{x + 5} = \infty$$

La recta $y = 3$ es asíntota horizontal porque:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x - 2}{x + 5} = 3$$

Sea ahora la curva:

$$y = \frac{x^2 + 3x - 4}{3x - 2}$$

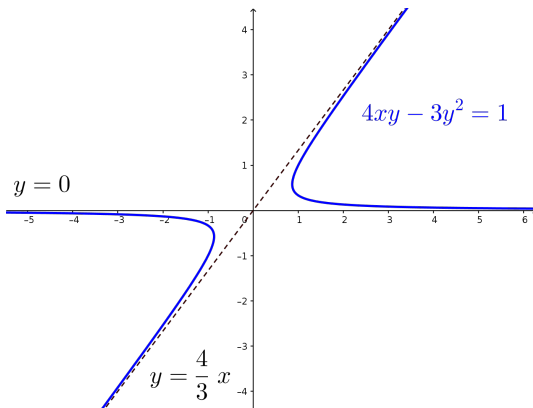
Vamos a calcular la asíntota oblicua:

$$m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} \cdot \frac{x^2 + 3x - 4}{3x - 2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{3x^2} = \frac{1}{3}$$

$$\begin{aligned} b &= \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + 3x - 4}{3x - 2} - \frac{x}{3} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 9x - 12 - 3x^2 + 2x}{3(3x - 2)} \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{11x}{9x} = \frac{11}{9} \end{aligned}$$

Asíntotas horizontales y oblicuas

¿Puede una curva tener asíntota horizontal y asíntota oblicua?



Gracias por vuestra atención